



**SABERES  
DOCENTES**

CENTRO DE ESTUDIOS  
Y DESARROLLO DE  
EDUCACIÓN CONTINUA  
PARA EL MAGISTERIO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES • UNIVERSIDAD DE CHILE



# RECURSOS PARA EL TRABAJO EDUCATIVO

PUBLICACIÓN 15 :: Agosto :: 2021 ::

## VISUALIZACIÓN DE FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO BÁSICO: NOCIÓN DE CONGRUENCIA Y ENACCIÓN RESUMEN DE TESINA DE POSTÍTULO

ROSALBA PÉREZ NAHUELMAN  
PAOLA JARA FIGUEROA



## Presentación.

La Universidad de Chile, a través del Centro Saberes Docentes, realiza una labor permanente de apoyo al desarrollo profesional docente, considerando diferentes esfuerzos. Uno de ellos son los postítulos de especialización para docentes de Educación General Básica, considerando diferentes menciones. Al finalizar su proceso formativo, los y las estudiantes llevan a cabo trabajos finales, donde realizan aportes relevantes para su desarrollo profesional y para sus propias disciplinas.

El Centro Saberes Docentes ha querido relevar estos trabajos, como una forma de destacar el proceso vivido por sus estudiantes y el conocimiento generado esta instancia formativa. Por esta razón, este recurso contiene una síntesis de una tesina de postítulo, elaborada por un alumno o una alumna egresada de estos programas.

## TÍTULO DE LA TESINA: *VISUALIZACIÓN DE FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS EN ESTUDIANTES DE PRIMERO BÁSICO: NOCIÓN DE CONGRUENCIA Y ENACCIÓN.*

### 1. Problemática pedagógica

La enseñanza de la geometría presenta un rol importante en el desarrollo del pensamiento espacial (Moss, 2017), de tal forma que se recomienda una dedicación de la mitad del currículo (Bruce y Hawes, 2014). No obstante, nuestras Bases Curriculares (Mineduc, 2012) contemplan 3 objetivos de aprendizaje para el eje de geometría en desmedro del eje de números y operaciones que presentan diez.

Adicionalmente, la enseñanza de la geometría se debe implementar en experiencias diversas, a través de actividades que vayan más allá de la nominación y clasificación de las figuras y formas geométricas (Moss et al., 2017). Sin embargo, a pesar de que los aprendizajes esperados de los Programas de Estudio (Mineduc, 2012) planteen situaciones estáticas y dinámicas (Moss, 2016; Moss et al., 2017; Gutiérrez, 1991), éstas no brindan indicadores y sugerencias de actividades en formas dinámicas.

Considerando estas limitaciones curriculares y los resultados descendidos de un colegio en el eje de geometría, en diferentes evaluaciones externas (NAPSIS, Simce y PSU) esta investigación propuso la implementación de una unidad didáctica que enfatice el pensamiento espacial, específicamente la visualización en situaciones dinámicas.

Este trabajo se planteó el siguiente objetivo: *Potenciar la visualización de figuras y cuerpos geométricos, a través del uso de las transformaciones isométricas, para dar inicio a la construcción de la noción de congruencia a través de la enacción para niños de 6 a 7 años.*

Para abordarlo, se plantearon las siguientes preguntas:

- ¿Cómo enseñar geometría en primer año de enseñanza básica con actividades que no sólo se centren en describir, clasificar y reconocer figuras geométricas, sino que desarrollar capacidades superiores como la visualización?

- ¿Qué estrategias ocupan los alumnos de primero básico en actividades donde se da inicio a la construcción de la noción de congruencia?

## 2. Marco referencial

Los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría en Chile se guían por metodologías conforme las Bases Curriculares, tales como el uso de las metáforas conceptuales y el método COPISI, en situaciones de aprendizajes estáticas y dinámicas.

La metodología de las metáforas conceptuales (Soto-Andrade, 2007) consiste en asociar conocimientos previos a partir de la experiencia concreta con conocimientos nuevos de los conceptos matemáticos.

Otra metodología utilizada es el método COPISI, es decir, la progresión de los aprendizajes desde el uso de materiales concretos, pasando a ocupar representaciones pictóricas e imágenes y finalmente la representación simbólico-abstracto. Ésta se fundamenta en la teoría de Bruner (1960, 1964), quien señala que el docente debe estructurar la enseñanza respecto a la visión que tiene el niño del mundo, proponiendo que la realidad es representada por tres maneras o modelos mentales:

- 1) la representación enactiva (el aprendizaje se produce en el aprender haciendo, donde la manipulación de objetos, la imitación y actuación son fundamentales);
- 2) la representación icónica (la información o experiencias previas se representan por elementos visuales reconocibles como imágenes y diagramas que ayudan a comprender conceptos e información) y
- 3) la representación simbólica (se llega al conocimiento a través de símbolos, como las palabras, conceptos, abstracciones y lenguaje escrito).

En el eje de Geometría, un Aprendizaje Esperado del programa de Estudios hace referencia a situaciones de aprendizaje estáticas y dinámicas (Mineduc, 2012, p. 33):

*[...] se espera que los estudiantes aprendan a reconocer, visualizar y dibujar figuras, y a describir las características y propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámicas. Se entregan algunos conceptos para entender la estructura del espacio y describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno. El estudio de los movimientos de los objetos – la reflexión, la traslación y la rotación – busca desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos.*

A pesar de que exista una referencia sobre las situaciones dinámicas en la enseñanza de la geometría en el programa, esta no presenta indicadores y sugerencias de actividades en formas dinámicas. En la actualidad investigadores y educadores promueven la realización de planes de estudio de geometría que van más allá de la invitación a nombrar y clasificar figuras y formas, incluyendo un enfoque más dinámico en la enseñanza de la geometría para lograr capacidades de pensamiento espacial (Moss et al., 2017).

Cabe destacar la importancia de los términos “estática” y “dinámica” para avanzar en este cambio de enfoque, de hecho. Si buscamos estos términos en la Real Academia Española diccionario RAE (2017), estático significa “que permanece en un mismo estado, sin mudanza en él” y dinámico es “perteneciente o relativo a la dinámica.”. Si trasladamos dichos conceptos a nuestras experiencias educativas, al momento de seleccionar y planificar nuestras actividades pedagógicas, éstas deben incluir las situaciones dinámicas con la utilización de conceptos como reflexión, traslación o rotación, desarrollo de capacidades como la de visualización o rotación

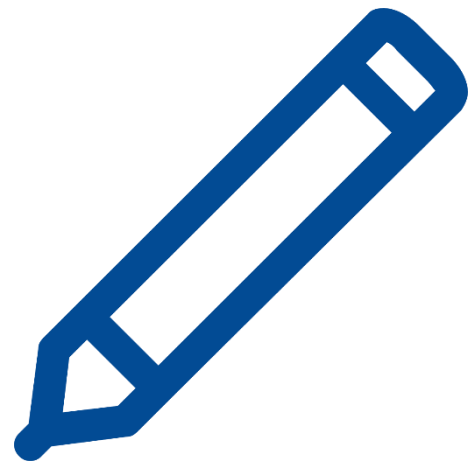
mental y con actividades de orientación, de composición y descomposición y con el movimiento de los objetos en el espacio.

En la enseñanza actual de la geometría espacial, las situaciones estáticas y dinámicas se integran en tres contextos (Gutiérrez, 1991): cuerpos físicos, representaciones estáticas usando papel, cuaderno o guía y representaciones dinámicas ocupando recursos interactivos informáticos.

Por su parte, entre algunas de las habilidades del pensamiento espacial están (Moss et al., 2016): rotación mental, transformaciones mentales; visualización espacial; memoria de trabajo visual-espacial; orientación espacial; razonamiento proporcional; comprensión del lenguaje espacial.

Asimismo, la visualización espacial -foco de esta investigación- se entiende como la habilidad de percibir patrones espaciales complejos y comprender movimientos imaginarios en el espacio (Moss, 2016), donde este proceso específicamente implica el movimiento entre representaciones 2D y objetos 3D (Moss, 2016). La visualización espacial es un componente fundamental para el pensamiento espacial, y por ende, debe ser considerado en el currículo como tal.

De ese modo, el desarrollo de las habilidades de visualización debe desplegarse en actividades de orientación dinámica (Moss et al., 2017), es decir, con la manipulación y el movimiento de figuras y formas (Moss 2016).



### 3. Contexto de realización del estudio

Nuestra investigación se realizó en un colegio católico particular subvencionado, ubicado en la comuna de Santiago. Se trata de una institución mixta en cuanto a composición por género y ofrece desde el nivel de prekínder hasta cuarto medio científico humanista, con Jornada Escolar Completa (JEC), Proyecto de Integración Escolar (PIE) y Subvención Escolar Preferencial (SEP).

Las familias que integran esta comunidad educativo-pastoral están categorizadas en un nivel socioeconómico medio alto, según categorización SIMCE (Agencia de Calidad de Educación, 2016) y provienen de diferentes etnias y nacionalidades.

El grupo de estudio estuvo formado por 19 estudiantes de primero básico seleccionados de forma azarosa para el taller de geometría, de un curso de 39 alumnos de sexo masculino, con un 10% de vulnerabilidad, 6 niños en el Programa de Integración Escolar (PIE), 2 con tratamiento por Trastorno de Déficit Atencional (T.D.A.) y 1 con tratamiento psicológico.

### 4. Diagnóstico y su metodología

Se realizó una investigación-acción, de corte transversal (Hernández-Sampieri, Collado, Baptista, 2014). El grupo de estudio considerado estaba compuesto por niños que presentaban características similares, puesto que pertenecían al mismo curso, con edades entre 6 y 7 años. De un total de 39 alumnos, 19 de ellos, de forma aleatoria quedaron en el taller de geometría.

La presente investigación se guió por el enfoque cualitativo, por lo tanto trató de “comprender los fenómenos explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (Hernández-Sampieri, et al. 2014, p. 358), existiendo una observación constante del docente y de los alumnos, para contribuir a la apreciación de esta realidad haciéndose parte de ésta. Alineado con esta aproximación, las técnicas utilizadas en la recogida de datos fueron entrevistas semi - estructuradas y abiertas a profesores y alumnos; diario de campo; planificación y observación de escenario evaluativo diagnóstico; planificación y observación de evaluación formativa; planificación y observación de escenario evaluativo final; fotografías y filmaciones.

El proyecto se organizó en dos etapas. La primera correspondió al diagnóstico del contexto académico en que se desenvolvían los alumnos, en donde se encontró que el eje de geometría contaba con resultados precarios, corroborados por datos observados en Evaluación SEP (NAPSIS, 2017), SIMCE (Agencia de Calidad de Educación, 2016) y los resultados de la PSU (DEMRE, 2017) y una evaluación diagnóstica de la unidad, que consistió en la resolución de un problema ocupando objetos en 3 D, experimentando si cabe o no cabe varias cajas para comprobar congruencia en el espacio tridimensional, de modo que se requería el movimiento de éstos por parte de los alumnos.

Luego de ser ejecutado el escenario de evaluación diagnóstica, se dio inicio a la unidad didáctica, es decir, la fase de extensión, con un total de 12 clases realizadas, la que se evaluó constantemente desde una mirada crítica y reflexiva, con análisis a priori y posteriori, a través de entrevistas a los alumnos logrando descubrir la manera en que llegan a las soluciones y desafíos planteados.

## 5. Propuesta didáctica

Desarrollamos una unidad didáctica que consistió en varias actividades que involucraban el trabajo de las figuras y cuerpos geométricos, favoreciendo la visualización por medio de transformaciones isométricas y el acercamiento al concepto de congruencia con un grupo de estudiantes de primero año básico.

Abordamos nuestra propuesta didáctica desde las metáforas (Soto – Andrade, 2006) como estrategia de enseñanza y nos basamos en el enfoque de la enacción y el andamiaje (Bruner, 1966), acompañando al alumno hasta la zona de desarrollo próximo (Vygotsky, 1976), buscando su máximo potencial.

La unidad de aprendizaje contenía objetivos, habilidades, indicadores, evaluación, tiempo, recursos a utilizar, y actividades planificadas que visaban acciones lúdicas y de manipulación y movimiento del material concreto.

Respecto a las metáforas conceptuales, se verbalizaron expresiones simples para el concepto de congruencia, por medio de la manipulación de elementos concretos, como: “igualito” o “igualito, igualito”. Además, hay otras palabras para la noción de semejanza, al apoyarse en términos como “parecido o muy parecido”; “casi igualito”; “igual”, etc.

Con relación al andamiaje que se diseñó para el proceso formativo, se acompañó a cada niño sugiriendo pasos a seguir y realizando preguntas dirigidas, siendo relevante en el aprendizaje, el rol mediador del docente, para guiar al aprendiz en el desarrollo de las habilidades de visualización.

Se plantearon desafíos en forma grupal e individual, guiando cada fase con preguntas que conllevaban el cuestionamiento, potenciando a los estudiantes para que alcancen el máximo desarrollo cognitivo.

En síntesis, se buscó que el aprendizaje lo desarrollara cada alumno por medio de la acción en actividades que involucraron el uso de imágenes mentales, procesos y habilidades utilizadas para la visualización. Luego, se esperaba que comunicaran y argumentaran lo trabajado a través del uso de metáforas de acuerdo al lenguaje y nivel cognitivo de los niños entre 6 y 7 años.





## 6. Resultados de la propuesta didáctica

Sobre la base de la revisión bibliográfica y la aplicación de la unidad didáctica propuesta para geometría se vislumbró el siguiente escenario para desarrollar capacidades superiores de visualización:

- Incluir una variedad de actividades de situaciones dinámicas en las clases habituales de geometría, a través de las transformaciones isométricas.
- Usar metáforas para argumentar aprendizajes y estrategias usadas por los alumnos.
- Utilizar la representación actuante o enactiva en la enseñanza - aprendizaje.
- Usar el andamiaje para guiar a los estudiantes en la construcción de sus conocimientos.

A través del análisis a priori y posteriori de la experiencia realizada, se registró que en las clases desarrolladas, los alumnos de primer año básico utilizaron las siguientes estrategias para dar inicio a la construcción de congruencia:

- Uso del ensayo y error para resolver los problemas planteados.
- Comparación los objetos o figuras de acuerdo a su tamaño, longitud, altura y ancho.
- Sobreposición las piezas planas o cuerpos para comprobar congruencia.
- Uso de los dedos de su mano como apoyo para visualizar figuras (dibuja con el dedo).
- Comparación de dos figuras o formas, donde una de ellas es rotada y la otra mantiene su posición (cambio de posición por transformaciones isométricas).
- Experimentación de si cabe o no cabe para comprobar congruencia en el espacio bidimensional y tridimensional.
- Inserción de cajas de distinto tamaño, una dentro de la otra, situación en la cual los niños observan que las cajas se diferencian por su tamaño, pero que tienen la misma forma.

## 7. Conclusiones

En esta investigación, las experiencias de aprendizajes vivenciadas por los alumnos a través de las situaciones dinámicas fueron importantes para mejorar sus capacidades de visualización, lo que se realizó al manipular elementos geométricos, compararlos, observar sus características, compartir sus apreciaciones y sacar sus propias conclusiones.

Por tanto, consideramos que sí es posible desarrollar capacidades superiores como la visualización en los alumnos de primer año básico. Esto, se sustenta en la demostración empírica del desarrollo de las habilidades como memoria visual, conservación de la percepción y discriminación visual plasmadas en las actividades planificadas. Cabe destacar que no se utilizaron guías de trabajo, libros o cuadernos. Las profesoras cimentaron esta unidad didáctica con el andamiaje y la mediación de los aprendizajes, comprobando aprendizajes significativos en el proceso y escenario de evaluación final.

El lenguaje utilizado por los niños para comunicar y argumentar sus estrategias de aprendizajes se basó en herramientas cognitivas llamadas metáforas, lo que contribuyó notablemente a desarrollar intencionadamente la construcción del concepto de congruencia, con el uso de palabras como: igualito, igual, son iguales, encaja uno en el otro, etc. En forma simultánea, los niños comenzaron a construir el concepto de semejanza, evidenciado a través de “casi igual” o “casi igualito”. También fue posible abordar en esta investigación acción el uso de términos geométricos para fundamentar y explicar estrategias de solución, (propiedades de figuras y cuerpos, rotación, giros y movimiento).

Los alumnos ocuparon variadas estrategias para resolver una situación dinámica planteada. La primera fue el ensayo y error, donde manipularon y observaron varias veces las cajas, las piezas del tangram, los cubos unifix o los cuerpos humanos usados en la tercera clase. Posteriormente, comenzaron a comparar los elementos usados por tamaños, formas, grosor y por la medida de los lados (ej. sobreponiendo dos cajas). Finalmente, descubrieron que, comparando dos figuras o formas, donde una de ellas era rotada o cambiada de posición, podían comprobar si eran igualitas o no (congruencia y semejanza).





## 8. Referencias bibliográficas

- Agencia de Calidad de Educación (2016). *Informe resultados educativos docentes y directivos 2015*. [s.n]
- Bruce, C. D. y Hawes Z. (2014). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: what is it? Why does it matter? And what can we do about it? *ZDM Mathematics Education*, 47 (3), 331–343. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0637-4>
- Bruner, J. (1960). Chapter 5 Readiness for learning. En: *In search of pedagogy*, p. 47 - 56. Routledge.
- Bruner, J. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*. 19. 1-15. <https://doi.org/10.1037/h0044160>
- DEMRE. (2017). Informe de Desempeño de Estudiantes de Enseñanza Media. Proceso de Admisión 2017 – Colegio Humanista Científico Diurno. Universidad de Chile [s.n]
- Gutiérrez, A. (1991) *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría. p. 44-59. CINVESTAV.
- Hernández-Sampieri, R., Collado, C., Baptista, P. (2014) *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- NAPSIS 2017. *Evaluación de Subvención Escolar Preferencial del colegio (Evaluación SEP): Medición y evaluación de aprendizajes* – Colegio Humanista Científico Diurno. [s.n]
- Mineduc (2012). *Programa de estudio matemática de primer año básico*. <https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/Matematica-1-basico/>
- Mineduc (2012). *Bases Curriculares: Primero a sexto básico*. [https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394\\_bases.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf)
- Moss, J., Caswell, B., Naqvi, S., Hawes, Z., & MacKinnon S. (2017): Enhancing Children's Spatial and Numerical Skills through a Dynamic Spatial, Approach to Early Geometry Instruction: Effects of a 32-Week Intervention. *Cognition and Instruction*, 35, 236-264. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1323902>
- Moss, J., Hawes, Z., Bruce, C., Caswell, B., Flynn, T. (2016). *Taking shape, Activities to develop geometric and spatial thinking, Kindergarten to grade 2*. Pearson.
- Soto-Andrade. J. (2007). *La cognición hecha cuerpo florece en metáforas*, in A. Ibáñez, & D. Cosmelli, (Editores), “Nuevos Enfoques de la Cognición, Acción e Intención”, Ediciones Universidad Diego Portales, Santiago, Chile, p. 71-90
- Vygotsky, L. (1976) Play and its role in the mental development of the child. En: Bruner, J.S.; Jolly, A; Sylvia, K. *Play*. Penguin.



# SABERES DOCENTES

CENTRO DE ESTUDIOS  
Y DESARROLLO DE  
EDUCACIÓN CONTINUA  
PARA EL MAGISTERIO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES • UNIVERSIDAD DE CHILE

